



Gestion de projet

Jean-Charles Régin

Licence Informatique 3^{ème} année - MIAGE



Gestion de projet : Ordonnancement

Jean-Charles Régin

Licence Informatique 3^{ème} année - MIAGE

Remerciements

- Michel Minoux

Type de chefs de projets

- Petite société :
 - ▣ essentiellement en charge d'un projet pour un client
- Société Moyenne :
 - ▣ Projet pour un client
 - ▣ Rarement projet interne
 - ▣ Rarement projet à financement extérieur (Europe, Gouvernement, privé etc...)
- Grosse Société
 - ▣ Gros Projets pour client (IBM Watson > \$1 Million)
 - ▣ Projet interne (éditeur logiciel) fréquent
 - ▣ Projet à financement extérieur fréquent

Gestion de projet : Ordonnancement



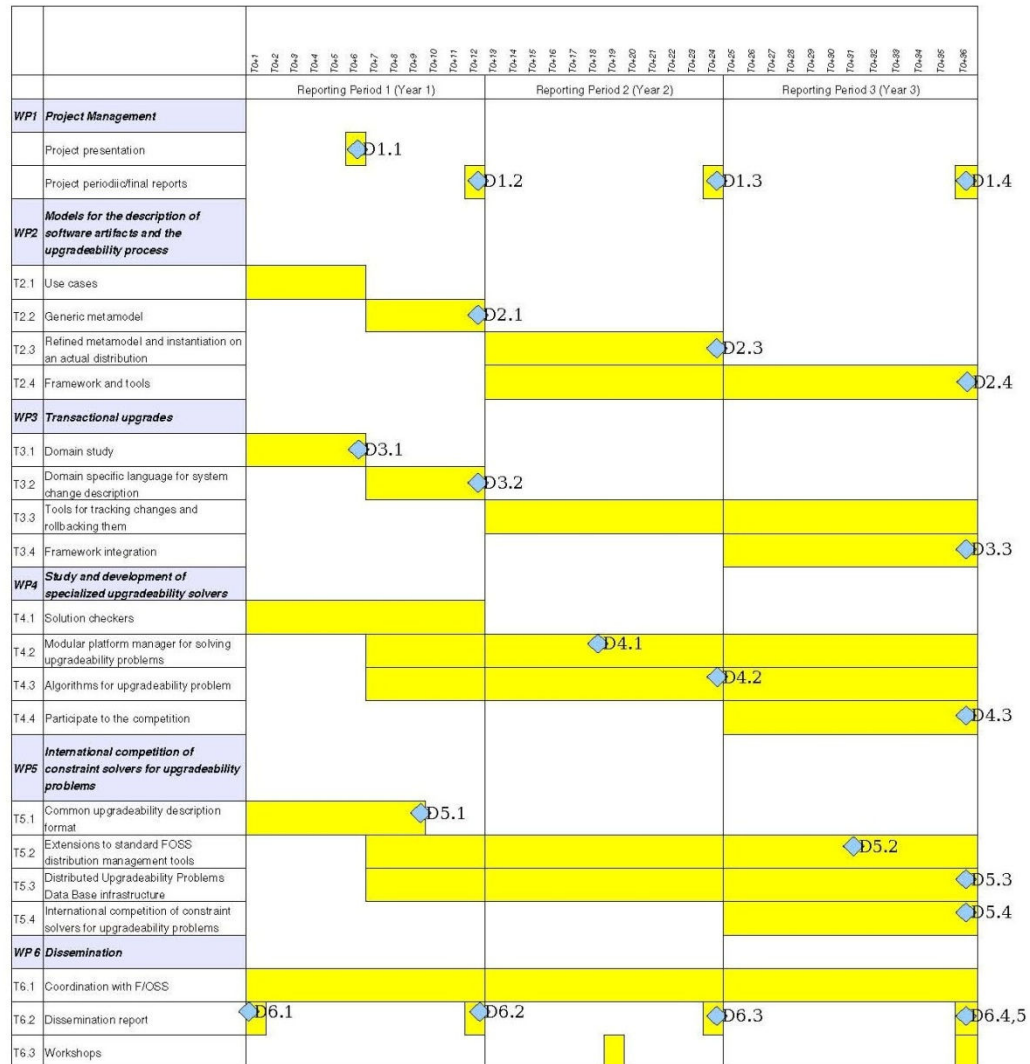
- Gantt chart
- Graphe : définitions
- Ordonnancement
- Graphe Potentiel Tâches
 - ▣ Fonction rang d'un graphe
- Graphe Potentiel Etapes (PERT)

Gantt chart



- Développé par Henry L. Gantt, ingénieur américain, vers 1910.
- Le **diagramme de Gantt** permet
 - ▣ de visualiser dans le temps les diverses tâches liées composant un projet
 - ▣ de représenter graphiquement l'avancement du projet.
- Deux objectifs :
 - ▣ planifier de façon optimale
 - ▣ communiquer sur le planning établi

Gantt chart



Abscisse : unités de temps
Ordonnée : différentes tâches

Permet de :

déterminer les dates de réalisation

identifier les marges existantes

visualiser d'un seul coup d'oeil le retard ou l'avancement des travaux.

Gestion de projet : Ordonnancement

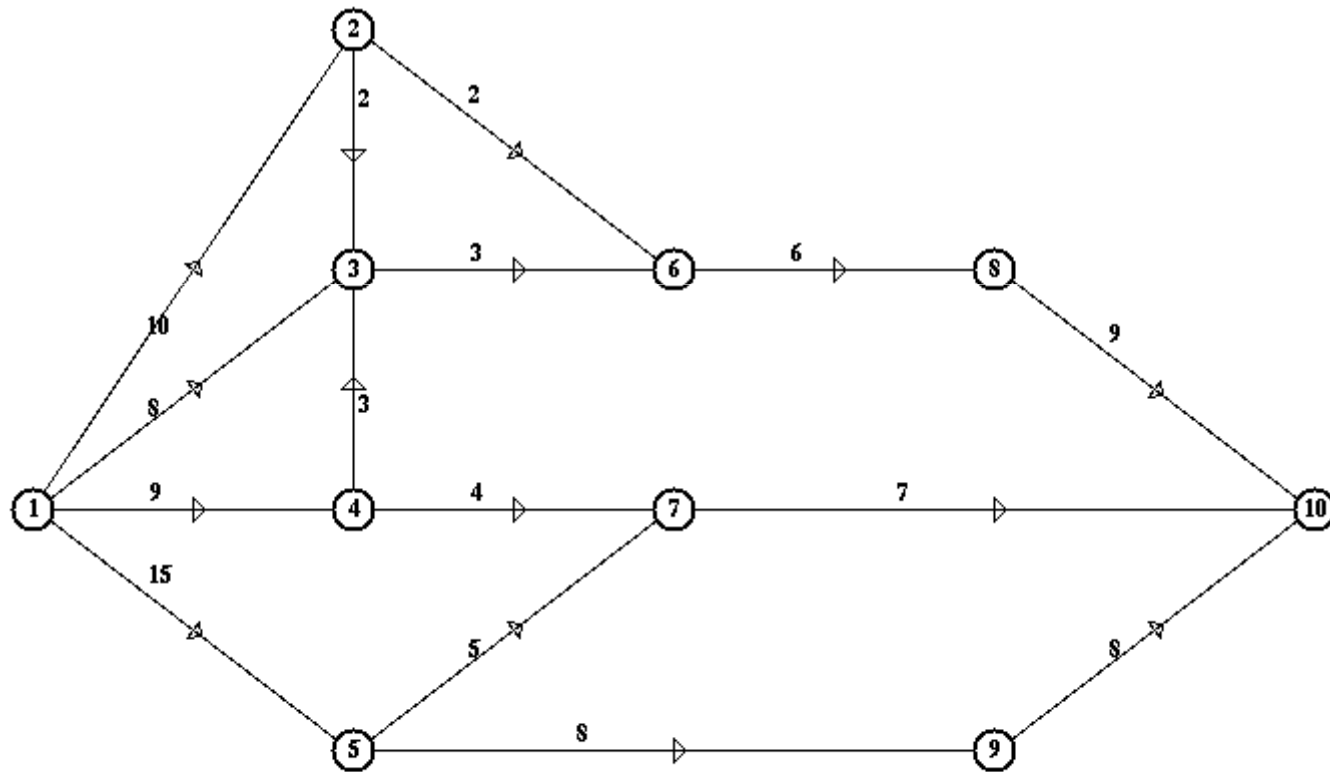


- Gantt chart
- **Grappe : définitions**
- Ordonnancement
- Grappe Potentiel Tâches
 - ▣ Fonction rang d'un graphe
- Grappe Potentiel Etapes (PERT)

Graphe : définitions

- Un Graphe Orienté $G=(X,U)$ est déterminé par la donnée :
 - d'un ensemble de **sommets** ou **nœuds** X
 - d'un ensemble ordonné U de couples de sommets appelés **arcs**.
- Si $u=(i,j)$ est un arc de G alors i est l'extrémité initiale de u et j l'extrémité terminale de u .
- Les arcs ont un sens. L'arc $u=(i,j)$ va de i vers j .
- Ils peuvent être munit d'un coût, d'une capacité etc...

Graphe



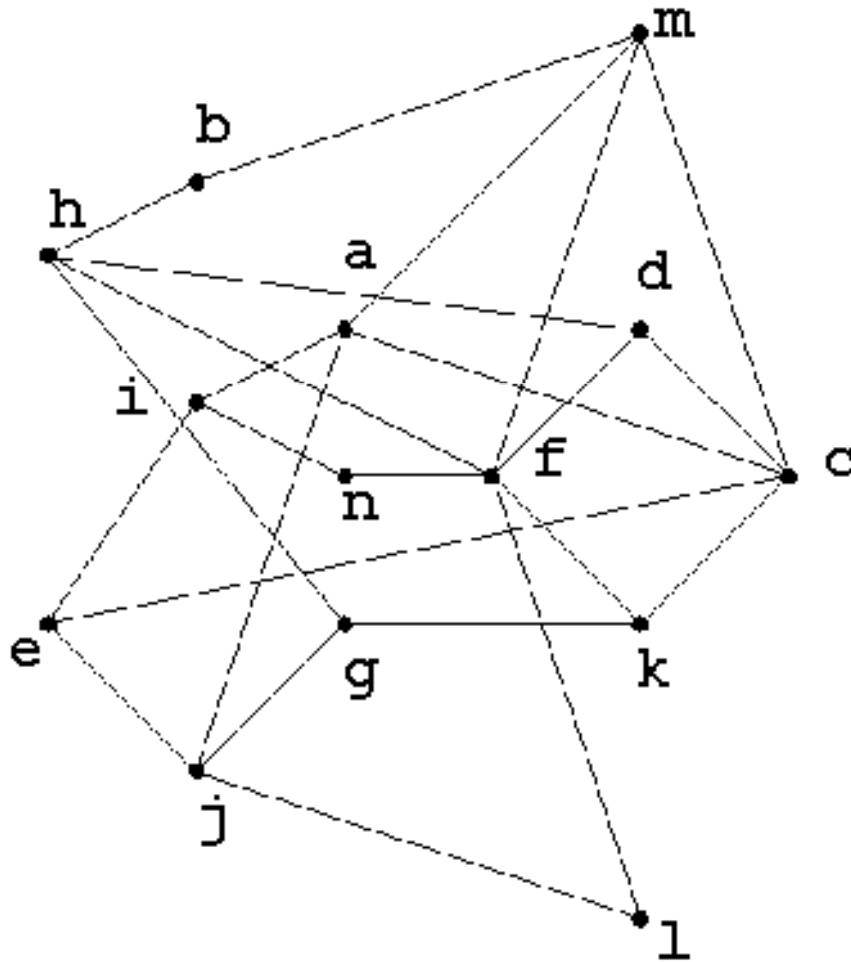
Graphe

- On note par $\omega(i)$: l'ensemble des arcs ayant i comme extrémité
- On note par $\omega^+(i)$: l'ensemble des arcs ayant i comme extrémité initiale = ensemble des arcs sortant de i
- On note par $\omega^-(i)$: l'ensemble des arcs ayant i comme extrémité terminale = ensemble des arcs entrant dans i
- $N(i)$: ensemble des voisins de i : ensemble des sommets j tels qu'il existe un arc contenant i et j

Graphe non orienté

- Un Graphe non orienté $G=(X,E)$ est déterminé par la donnée :
 - ▣ d'un ensemble de sommets ou nœuds X
 - ▣ D'un ensemble E de paires de sommets appelées **arêtes**
- Les arêtes ne sont pas orientées

Graphe non orienté



Graphe : définitions



- Deux sommets sont voisins s'ils sont reliés par un arc ou une arête
- Degré entrant d'un sommet i : nombre d'arcs ayant i comme extrémité terminale = nombre d'arc entrant dans i
- Degré sortant d'un sommet i : nombre d'arcs ayant i comme extrémité initiale = nombre d'arcs sortant de i

Gestion de projet : Ordonnancement



- Gantt chart
- Graphe : définitions
- **Ordonnancement**
- Graphe Potentiel Tâches
 - ▣ Fonction rang d'un graphe
- Graphe Potentiel Etapes (PERT)

Graphe : définitions

- Chemin de longueur q : séquence de q arcs $\{u_1, u_2, \dots, u_q\}$ telle que
 - $u_1 = (i_0, i_1)$
 - $u_2 = (i_1, i_2)$
 - $u_q = (i_{q-1}, i_q)$
- Chemin : tous les arcs orientés dans le même sens
- Circuit : chemin dont les extrémités coïncident

Ordonnancement



- Un problème d'ordonnancement consiste à organiser dans le temps la réalisation de tâches, compte tenu
 - ▣ de contraintes temporelles (délais, contraintes d'enchaînement)
 - ▣ de contraintes portant sur la disponibilité des ressources requises.

- **On se limitera aux seules contraintes de succession dans le temps : contraintes de précédences**

Ordonnancement



- On suppose que le projet se décompose en tâches
- Chaque tâche i est caractérisée par
 - ▣ Sa durée $d(i)$
 - ▣ Les contraintes de postériorité ou d'antériorité avec les autres tâches.

Ordonnancement



- La représentation par un graphe d'un problème d'ordonnancement permet une bonne appréhension globale du problème
- L'étude de ce graphe permet
 - ▣ D'identifier les tâches prioritaires
 - ▣ De détecter les retards et les dépassements ainsi que leur conséquences

Gestion de projet : Ordonnancement



- Gantt chart
- Graphe : définitions
- Ordonnancement
- **Graphe Potentiel Tâches**
 - ▣ Fonction rang d'un graphe
- Graphe Potentiel Etapes (PERT)

Graphe potentiels-tâches

- A chaque tâche i on associe un sommet du graphe
- Si la tâche i doit précéder la tâche j alors on définit un arc (i,j) de longueur $d(i)$ (durée de i)

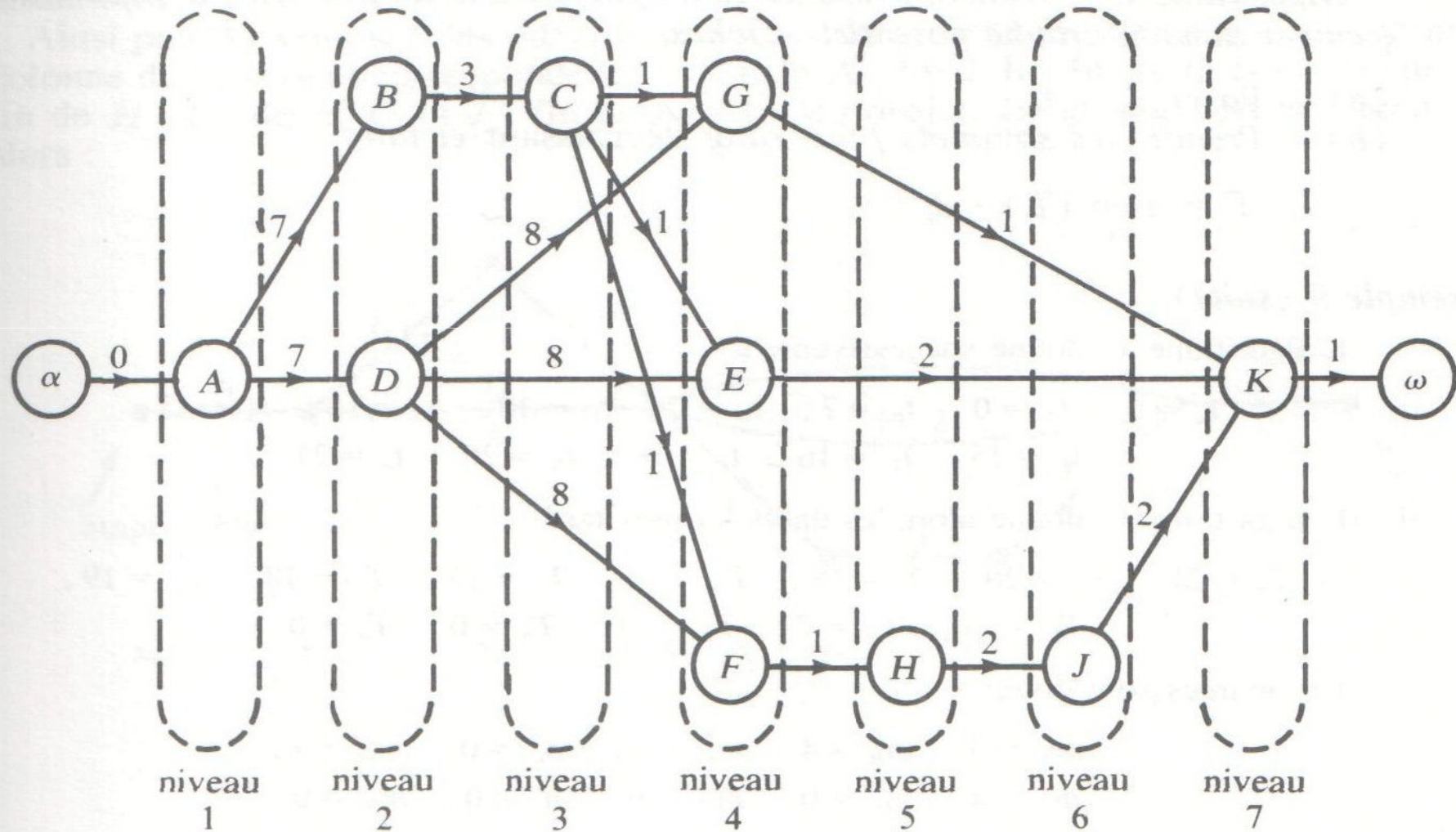
- On ajoute deux sommets fictifs
 - ▣ α qui correspond à la tâche de début des travaux (durée 0) qui est antérieure à toutes les autres tâches
 - ▣ ω qui correspond à la tâche de fin des travaux (durée 0) qui est postérieure à toutes les autres tâches

- Pas de circuit dans le graphe : sinon problème i doit suivre j , k doit suivre i et j doit suivre k : blocage

Graphe potentiels-tâches

Code de la tâche		Durée (semaine)	Tâches antérieures
A	Maçonnerie	7	-
B	Charpente	3	A
C	Toiture	1	B
D	Installations sanitaires et élec.	8	A
E	Façades	2	D,C
F	Fenêtres	1	D,C
G	Jardin	1	D,C
H	Plafonnage	3	F
J	Peinture	2	H
K	Emménagement	1	E,G,J

Graphe potentiels-tâches



Ordonnancement



- **But** : trouver un ordonnancement qui minimalise la durée totale du travail, donc la fin de date des travaux
- Pour qu'une tâche puisse commencer , il est nécessaire que toutes les tâches qui la précède (relie à la tâche début) soient réalisées

Ordonnancement

- **Date de début au plus tôt** de la tâche i
 - $t(i) = \max (t(k) + d(k), \text{avec } k \text{ prédécesseur de } i)$
 - Plus long chemin de α à i
- **Durée minimale** du projet ($t(\omega)$) = plus long chemin de α à ω

Ordonnancement

- On fixe à $t(\omega)$ la durée du projet
- **Date de début au plus tard** de la tâche i
 - ▣ $T(i) = \min (T(k) - d(i), \text{avec } k \text{ successeur de } i)$
 - ▣ $T(i) = t(\omega) - \text{plus long chemin de } i \text{ à } \omega$
- **Marge** de la tâche i
 - ▣ Différence entre début au plus tard et début au plus tôt
 - ▣ $T(i) - t(i)$
- **Tâche critique** : tâche dont la marge est nulle

Ordonnancement



- **Tâche critique :**
 - tâche dont la marge est nulle
 - tâche sur le plus long chemin de α à ω

Gestion de projet : Ordonnancement

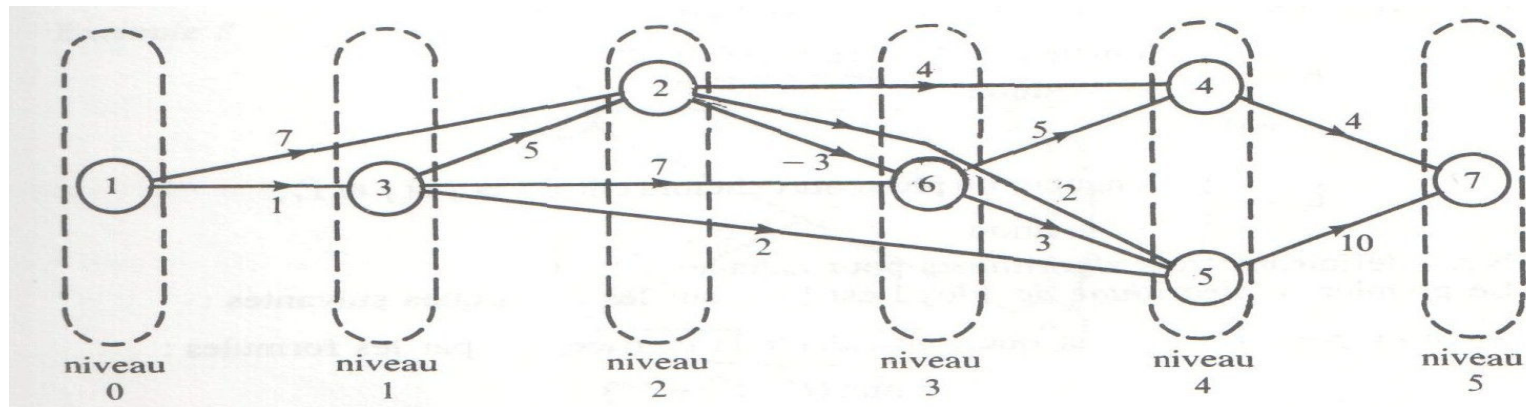
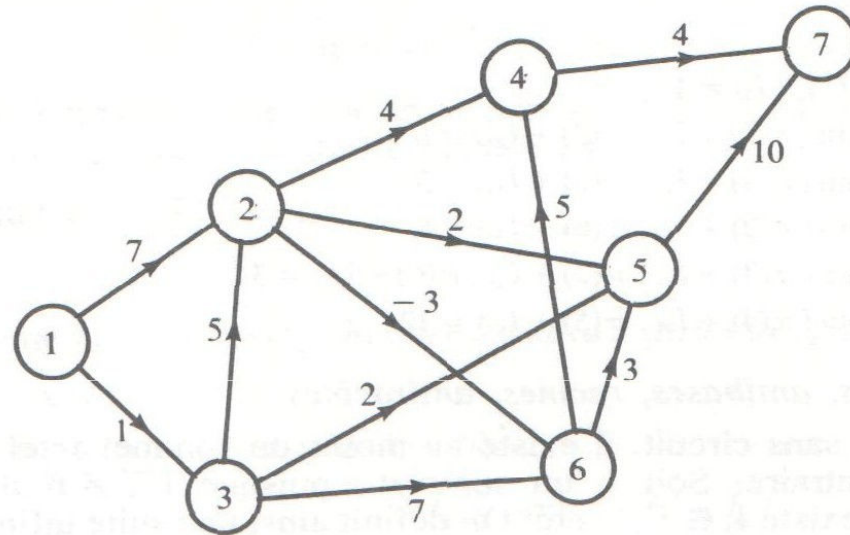


- Gantt chart
- Graphe : définitions
- Ordonnancement
- Graphe Potentiel Tâches
 - ▣ **Fonction rang d'un graphe**
- Graphe Potentiel Etapes (PERT)

Fonction rang d'un graphe

- Ordre topologique (un sommet est toujours visité avant ses successeurs)
- Associe à chaque nœud i un nombre positif $\text{rang}(i)$ tel que
 - ▣ $r(1)=0$
 - ▣ $R(i)$ = nombre d'arcs dans un chemin de cardinalité maximum entre 1 et i (taille (nombre de sommets) du plus grand chemin de prédécesseurs depuis 1)
- Se calcule facilement : on élimine les sommets sans prédécesseur à chaque étape (on épluche le graphe)

Rang d'un graphe



Rang d'un graphe

- **TraitementNiveau(Niveau k,R) :**
Pour chaque élément i de R faire
 - $S \leftarrow$ vide
 - $\text{Rang}(i) \leftarrow k$
 - Pour chaque voisin j de i faire
 - Décrémenter $\text{degré}(j)$
 - Si $\text{degré}(j) = 0$ alors ajouter j dans S $R \leftarrow S$

- **Algorithme :**
 - On détermine les racines. On les place dans R
 - $\text{Niveau} \leftarrow 0$
 - Répéter tant que R n'est pas vide
 - $\text{TraitementNiveau}(\text{Niveau},R)$
 - Incrémenter Niveau

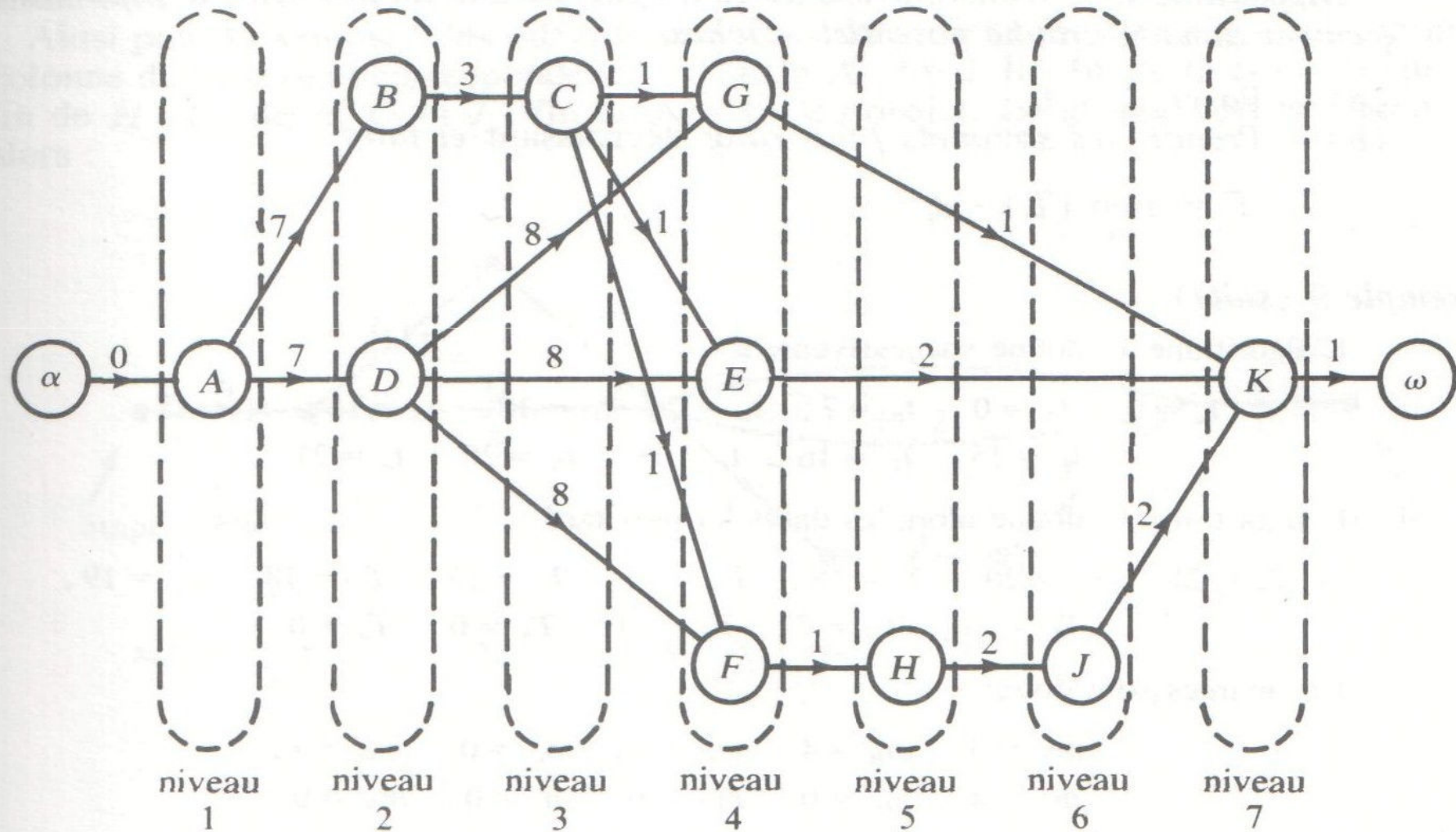
Graphe potentiels-tâches

- Recherche des dates au plus tôt
 - Poser $t(\alpha) \leftarrow 0$
 - Prendre les sommets k par rang croissant et faire
 - $t(k) = \max(t(i) + d(i))$ avec i prédécesseur de k

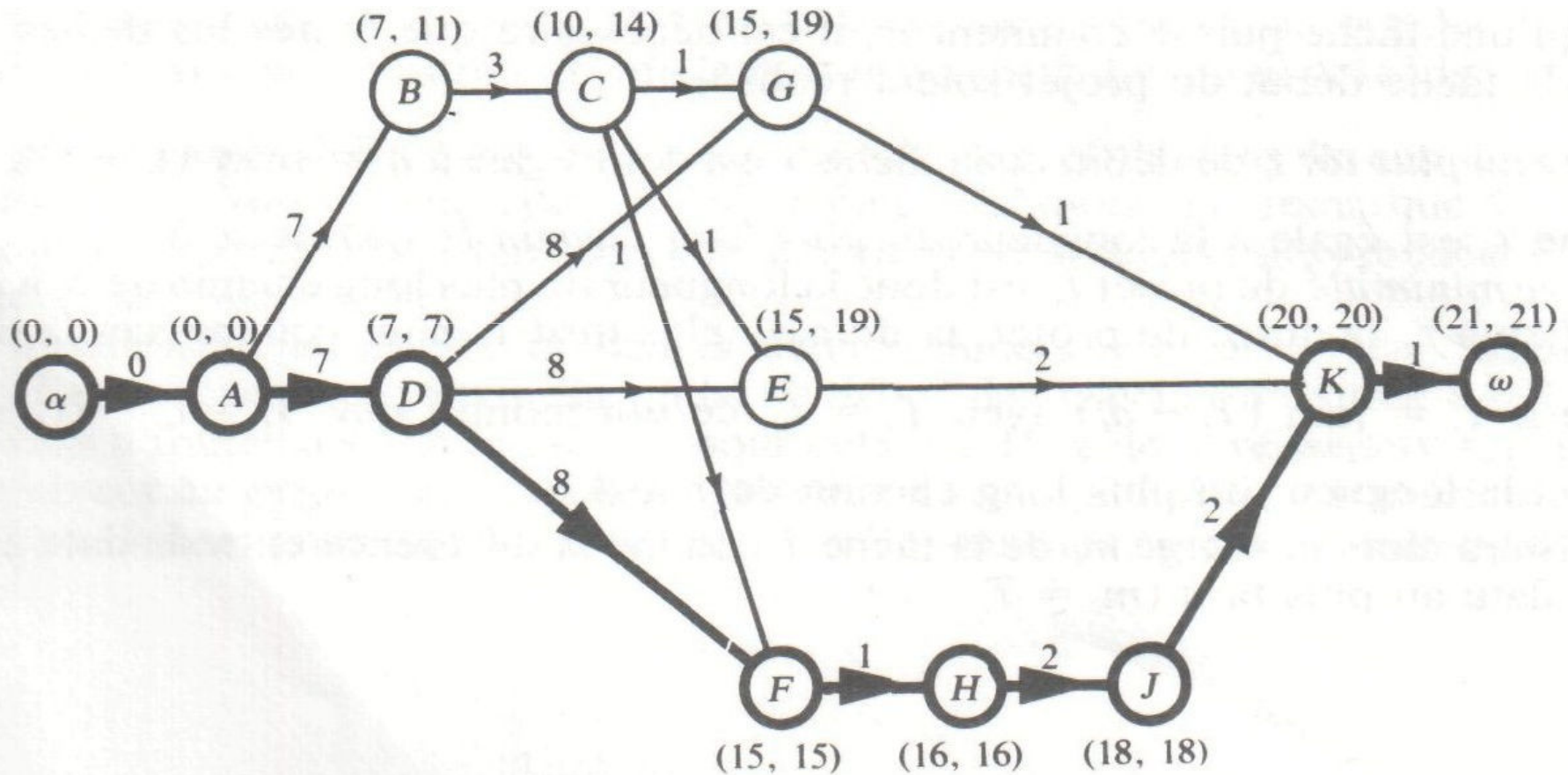
Graphe potentiels-tâches

- Recherche des dates au plus tard
 - ▣ Poser $T(\omega) \leftarrow 0$
 - ▣ Prendre les sommets k par rang décroissant et faire
 - $T(k) = \min(T(i) - d(k))$ avec i successeur de k

Graphe potentiels-tâches



Graphe potentiels-tâches



Gestion de projet : Ordonnancement



- Gantt chart
- Graphe : définitions
- Ordonnancement
- Graphe Potentiel Tâches
 - ▣ Fonction rang d'un graphe
- **Graphe Potentiel Etapes (PERT)**

Graphe potentiels-étapes

- PERT : Programme Evaluation and Research Task
- Les tâches sont les arcs
- La longueur de chaque arc = durée de la tâche
- Le début et la fin d'une tâche sont des étapes du projet
- Chaque étape est définie par un nombre de tâches ayant déjà été effectuées
- Etape = dernière colonne du tableau
- On peut obtenir un multigraphe : plusieurs arcs entre les mêmes sommets

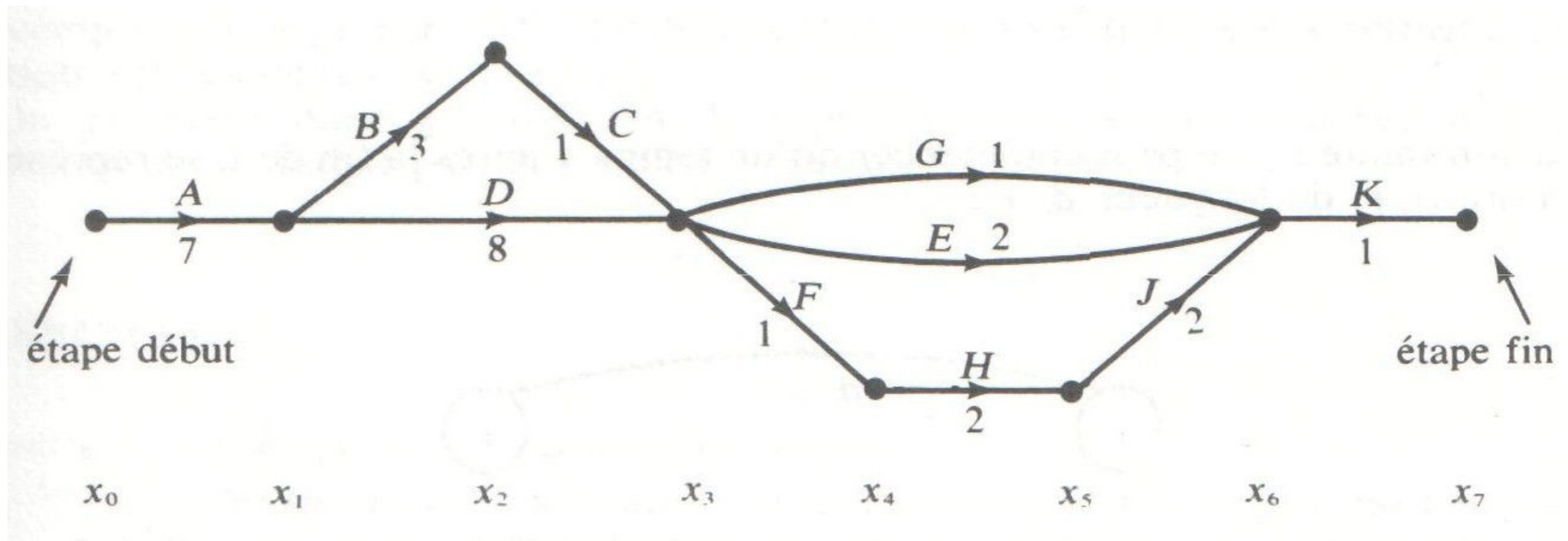
Graphe potentiels-étapes

Code de la tâche		Durée (semaine)	Tâches antérieures
A	Maçonnerie	7	-
B	Charpente	3	A
C	Toiture	1	B
D	Installations sanitaires et élec.	8	A
E	Façades	2	D,C
F	Fenêtres	1	D,C
G	Jardin	1	D,C
H	Plafonnage	3	F
J	Peinture	2	H
K	Emménagement	1	E,G,J



Etapes : A, B , D et C, F, H , E et G et J

Graphe potentiels-étapes



Modularité



- Graphe Potentiels-tâches permet une meilleure introduction de contraintes
 - k commence après la moitié de i
 - k commence c unité après i
 - k commence au minimum à la date b

- Avec PERT il faut introduire des nœuds intermédiaires