

Algorithmique et Structures de Données

TD n°9

Arbres

Licence Informatique 2ème année
Université de Nice-Sophia Antipolis

1 Arbres

Un arbre T est un graphe non orienté qui est connexe et acyclique. On considérera les arbres avec racines. On supposera que l'on dispose des primitives suivantes

- $FILS(x)$: retourne l'ensemble des fils du sommet x .
- $PARENT(x)$: retourne le parent du sommet x .
- $RACINE(T)$: retourne la racine de l'arbre T .

Dessinez 2 arbres ayant chacun 12 sommets désignés par les lettres de a à l et dont la racine est a . Pour chacun de ces arbres, donnez l'ordre de parcours des sommets suivant qu'il est préfixé, infixé ou postfixé.

On rappelle que:

- un sommet est une feuille si ce sommet n'a pas de fils
- un sommet v est un descendant d'un sommet u si u appartient au chemin de la racine vers v dans l'arbre.
- un sommet u est un ancêtre d'un sommet v si u appartient au chemin de la racine vers v dans l'arbre.
- la profondeur d'un sommet u est la distance de la racine au sommet u .

Ecrivez les fonctions suivantes :

- 1) $nbDescendants(T, x)$: cette fonction retourne le nombre de descendants du sommet x de l'arbre T .
- 2) $nbDescendants(T)$: cette fonction retourne le nombre de descendants de l'arbre T .
- 3) $nbFeuilles(T)$: cette fonction retourne le nombre de feuille de l'arbre T .
- 4) $profondeur(T, x)$: cette fonction retourne la profondeur du sommet x dans T .
- 5) $nbPetitFils(T, x)$: cette fonction retourne le nombre de petit-fils du sommet x .
- 6) $nbDescendants(T, x, k)$: cette fonction retourne le nombre de descendants du sommet x jusqu'à la k^{eme} génération après x .
- 7) $estDescendant(T, x, y)$: cette fonction retourne vrai si x est un descendant de y et faux sinon.

1.1 Ancêtre commun le plus proche

L'ancêtre commun le plus proche de deux sommets u et v est le sommet w du graphe qui est un ancêtre de u et de v et qui est le plus profond. Dessinez un arbre et recherchez l'ancêtre commun le plus proche de deux sommets. Ecrivez un algorithme qui retourne cet ancêtre commun le plus proche. Aide : on remonte d'un sommet vers la racine et on marque les ancêtres rencontrés. On fait de même pour le second sommet, on montre alors que le premier sommet marqué rencontré est le sommet recherché

1.2 Arbres binaires

Dessinez un arbre non binaire, montrez qu'il peut être représenté sous la forme d'un arbre binaire.