

## Objet du cours

Le but final de ce cours est que les étudiants parviennent à maîtriser dans leur pratique mathématique courante et si possible de manière intuitive les notions et résultats élémentaires concernant les différents ensembles de nombres suivants : entiers naturels, entiers relatifs, rationnels, réels. Ces ensembles et leurs propriétés ayant pour une large part déjà été étudiés avant le baccalauréat, nous repartirons de l'historique de ces différentes notions, et des problèmes conceptuels qui président à leur élaboration, pour arriver à une formalisation minimale utilisable dans la suite de la scolarité universitaire. Pour ce faire, un accent particulier sera mis, en particulier en travaux dirigés, sur la rédaction de preuves, surtout en ce qui concerne les résultats déjà connus qu'il s'agira de se réapproprier.

Les différentes notions seront ainsi abordées selon le plan suivant :

### **I. Nombres entiers.**

I.1. Historique et conventions.

I.2. Arithmétique élémentaire : divisibilité, nombres premiers, pgcd, ppcm, décomposition en facteurs premiers.

I.3. Numération : définition, calculs, exemples des bases 2 et 10.

### **II. Nombres relatifs.**

II.1. Historique, exemple de construction, conventions.

II.2. L'équation diophantienne  $ax + by = c$ , avec  $a, b \neq 0$  : résolution à l'aide de l'algorithme d'Euclide.

II.3. Congruences : définition, réinterprétation de II.2, quelques applications.

### **III. Nombres rationnels**

III.1. Historique, exemple de construction, conventions.

III.2. Nombres décimaux, suite des décimales d'un rationnel, périodicité.

III.3. Introduction à l'incomplétude par l'étude de trois problèmes d'existence : celle d'une solution à l'équation  $x^2 = 2$ , avec  $x \in \mathbb{Q}$ , celle de la limite d'une suite récurrente, celle d'une borne supérieure.

### **IV. Nombres réels**

IV.1. Historique, ébauches de constructions, conventions.

IV.2. Application à l'existence d'un zéro, algorithmes de dichotomie et de Newton.